

Powiatowy Konkurs Matematyczny

Załącznik nr 3

Zadanie konkursowe

Rok szkolny 2021/2022

Propozycje rozwiązań zadań.

Zadanie 1(10p)

Puszka zawiera o pół litra farby więcej niż słoik. W magazynie są puszki i słoiki (500 pojemników) zawierające łącznie 700 litrów farby. Jeśli wiadomo, że puszek jest 4 razy więcej niż słoików to ile farby jest w tylu puszkach ile jest słoików?

x - ilość farby w słoiku [litr]

$\frac{1}{2} + x$ - ilość farby w puszcze [litr]

y - ilość słoików,

$4y$ - ilość puszek,

500 - ilość pojemników,

700 - łączna ilość litrów farby,

$$\begin{cases} 500 = 4y + y \\ 700 = 100x + 400\left(\frac{1}{2} + x\right) \end{cases}$$

Odp. Słoików jest 100, łącznie w puszkach jest 150 litrów farby.

Zadanie 2 (10p)

Czy na dnie garnka o średnicy 20 cm zmieszczą się 3 słoiki o promieniu 4cm?

Odpowiedź uzasadnij.

$R = 10\text{cm}$ - promień garnka,

$r = 4\text{cm}$ - promień słoika,

$\triangle ABC$ - trójkąt równoboczny,

$|SD| = R_n$ - najmniejszy promień garnka,

który pomieści 3 słoiki,

$$|SC| = \frac{2}{3} h_{\triangle ABC} = \frac{|AC| \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{2r\sqrt{3}}{3},$$

$$|SD| = |DC| + |CS|$$

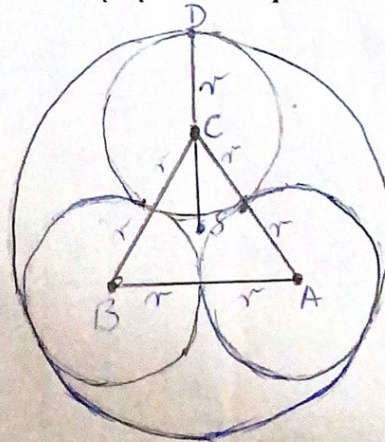
$$R_n = r + \frac{2r\sqrt{3}}{3},$$

$$R_n = 4 + \frac{8\sqrt{3}}{3} \leq 10?$$

$$8\sqrt{3} \leq 18$$

$$\sqrt{3} \leq 2\frac{1}{4} \text{ - nierówność nieprawdziwa}$$

Odp. W garnku o średnicy 20cm nie zmieszczą się 3 słoiki o promieniu 4cm.



Zadanie 3(10p)

*Z liczb pierwszych jednocyfrowych układamy liczby trzycyfrowe o różnych cyfrach.
Które z nich mają więcej niż sześć dzielników właściwych.*

Jednocyfrowe liczby pierwsze : 2, 3, 5, 7.

Z tych cyfr można ułożyć $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ liczby trzycyfrowe o różnych cyfrach:

$235 = 5 \cdot 47$	$325 = 5 \cdot 5 \cdot 13$	$532 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 19$	$723 = 3 \cdot 241$
$253 = 11 \cdot 23$	$352 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11$	$523 = 523$	$732 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 61$
$237 = 3 \cdot 79$	$327 = 3 \cdot 109$	$537 = 3 \cdot 179$	$725 = 5 \cdot 5 \cdot 29$
$273 = 3 \cdot 11 \cdot 7$	$372 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 31$	$573 = 3 \cdot 191$	$752 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 47$
$257 = 257$	$357 = 3 \cdot 7 \cdot 17$	$527 = 31 \cdot 17$	$753 = 3 \cdot 251$
$275 = 5 \cdot 5 \cdot 11$	$375 = 3 \cdot 5 \cdot 25$	$572 = 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 13$	$735 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$

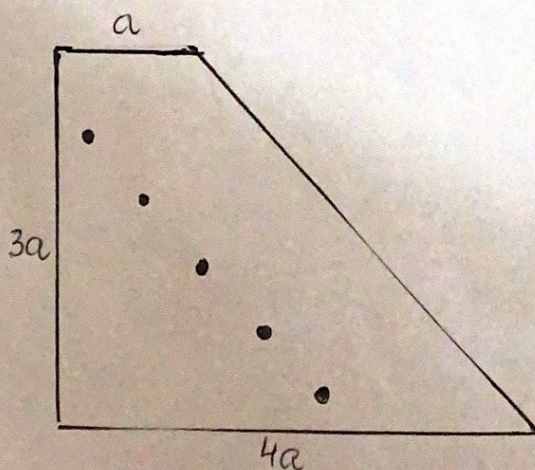
Liczba ma więcej niż sześć dzielników właściwych gdy rozkłada się więcej niż 3 różne czynniki pierwsze.

Z tych liczb więcej niż 6 dzielników właściwych ma 7 liczb:

352 – rozkład się na czynniki pierwsze : $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11$,
 372 - rozkład się na czynniki pierwsze : $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 31$,
 532 – rozkład się na czynniki pierwsze : $2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 19$,
 572 – rozkład się na czynniki pierwsze : $2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 13$,
 732 – rozkład się na czynniki pierwsze : $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 61$,
 752 – rozkład się na czynniki pierwsze : $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 47$,
 735 – rozkład się na czynniki pierwsze : $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$,

Zadanie 4(10p)

Podziel figurę na pięć przystających części, tak by każda część zawierała jedną kropkę.

**Rozwiązanie**